

	Mathématiques terminales	
	Spécialité	
	IA et échecs aléatoires (expérimentation en classe)	

Activité principale

L'activité principale a été testée dans trois classes de terminale spécialité mathématiques sous sa forme Capytale.

Dans les trois classes, les élèves ont obtenu des réponses erronées des IA suggérées.

Les réactions des élèves ont été assez diverses, avec une hésitation à remettre en cause certains éléments comme par exemple la justesse des calculs proposés qui plus que le raisonnement sont souvent par défaut considérés comme exactes à priori. Une fois que l'on fait remarquer un calcul comportant un résultat faux, les élèves se mettent aussi à faire preuve d'esprit critique sur cet aspect des réponses.

Lorsque l'IA propose un cheminement par placement des fous, puis du roi et des tours et enfin des autres pièces. Les élèves valident le calcul final et reconnaissent l'application du principe multiplicatif. Ils repèrent alors aussi les erreurs dans le dénombrement des positions possibles du roi et des tours sans parfois être capables de fournir la bonne réponse. Les erreurs dans le dénombrement des positions possibles pour les fous ne sont pas toujours repérées. Certains élèves valident $8 \times 4 = 32$ quand d'autres repèrent l'erreur.

Les élèves ont rencontré des situations où l'IA suit pas le fil de la discussion et se met à répondre sans tenir compte de la première question. Parfois, suite à une demande de correction, l'IA reconnaît qu'il y a une erreur, mais répète sa réponse. Cela peut conduire à des réponses qui ne s'arrêtent pas et bouclent entre reconnaissance de l'erreur et la répétition de la même réponse.

Une partie des élèves arrivent néanmoins à tirer profit de l'interrogation de l'IA pour énoncer une réponse correcte. Certains élèves s'acharnent à chercher à obtenir une réponse juste, mais cela se révèle vain.

Prologement

Concernant le prolongement proposé, il a été testé dans deux classes en devoir à la maison. Les élèves ont souvent réussi à répondre correctement à la plupart des questions.

Souvent le dernier programme est organisé en deux boucles : dans un premier temps, une première boucle permet d'obtenir la liste des positions initiales qui respectent la contrainte des fous, puis une seconde boucle permet d'obtenir parmi cette liste le nombre de positions initiales qui respectent aussi la contrainte concernant le roi et les tours.

Exemple n°1

Réponse de l'IA à la question initiale :

Peux-tu calculer le nombre de positions initiales possibles dans la variante des échecs appelée échecs aléatoires de Bobby Fischer ?

Réponse : Les échecs aléatoires de Bobby Fischer, également connus sous le nom de Chess960, permettent 960 positions initiales différentes des pièces. Cette variante du jeu d'échecs tire au sort l'emplacement initial des pièces de la première et de la dernière rangée, tout en conservant les mêmes règles de jeu que les échecs orthodoxes, y compris le roque.

Analyse de l'élève :

Ici l'IA me répond en me donnant tout de suite le résultat je ne peux alors pas être sûr de la réponse j'aimerais plus de détails dans le calcul.

Relance par l'élève :

Je suis élève de terminale, peux tu me détailler le calcul en utilisant les bases du dénombrement mathématique ?

Réponse : Pour déterminer le nombre de positions initiales possibles dans les échecs aléatoires de Bobby Fischer, également connus sous le nom de Chess960, nous devons prendre en compte certaines contraintes spécifiques à cette variante du jeu d'échecs. Voici le calcul détaillé :

Placement des Tours :

Les deux tours doivent être placées de part et d'autre du roi. Il y a 8 cases possibles pour placer les tours. Le nombre de façons de choisir 2 cases parmi 8 pour les tours est donné par la combinaison $C(8,2)C(8,2)$, mais comme les tours sont identiques, nous devons diviser par 2 pour éviter les doublons. Cela donne $(8 \times 7)/2 = 28$ façons de placer les tours.

Placement des Fous :

Les deux fous doivent être placés sur des cases de couleurs différentes. Il y a 6 cases restantes après avoir placé les tours et le roi.

Le nombre de façons de choisir 2 cases parmi 6 pour les fous est donné par la combinaison $\binom{6}{2}$, mais comme les fous sont identiques, nous devons diviser par 2 pour éviter les doublons. Cela donne $(6 \times 5)/2 = 15$ façons de placer les fous.

Placement des Cavaliers :

Les deux cavaliers doivent être placés sur les 4 cases restantes.

Le nombre de façons de choisir 2 cases parmi 4 pour les cavaliers est donné par la combinaison $\binom{4}{2}$, mais comme les cavaliers sont identiques, nous devons diviser par 2 pour éviter les doublons. Cela donne $(4 \times 3)/2 = 6$ façons de placer les cavaliers.

Placement de la Dame :

La dame doit être placée sur l'une des 2 cases restantes. Il y a donc 2 façons de placer la dame.

Placement du Roi : Le roi doit être placé entre les deux tours, ce qui détermine sa position de manière unique une fois les tours placées.

Il n'y a donc qu'une seule façon de placer le roi.

En multipliant toutes ces possibilités, nous obtenons le nombre total de positions initiales possibles : $28 \times 15 \times 6 \times 2 \times 1 = 5040$

Cependant, comme le roi doit être placé entre les deux tours, cela réduit le nombre de configurations valides. En tenant compte de cette contrainte, le nombre total de positions initiales valides est de 960.

Ainsi, il y a 960 positions initiales possibles dans les échecs aléatoires de Bobby Fischer.

Analyse de l'élève :

Cette réponse me convient presque il me manque le détails de calcul pour passer de 5040 sans la contrainte du roi entre les tours à 960. L'étape de placement des tours me dérangent également car je me rends compte que deux tours ne peuvent pas être simplement placé aléatoirement il faut un espace d'au moins une case entre les deux tours. Il oublie également que deux fous doivent être sur des cases de couleurs différentes il me sort le 960 de son chapeau.

Relance par l'élève :

Peux tu m'en dire plus sur le passage de 5040 positions à 960 positions avec la contrainte du roi entre les tours ?

Réponse : Pour comprendre comment le nombre de positions initiales passe de 5040 à 960 en tenant compte de la contrainte que le roi doit être placé entre les deux tours, examinons les étapes du calcul en détail :

Placement des Fous :

Les deux fous doivent être placés sur des cases de couleurs différentes. Il y a 4 cases noires et 4 cases blanches sur l'échiquier.

Le premier fou peut être placé sur l'une des 4 cases noires.

Le second fou peut être placé sur l'une des 4 cases blanches.

Cela donne ($4 \times 4 = 16$) façons de placer les fous.

Placement des Cavaliers et de la Dame :

Après avoir placé les fous, il reste 6 cases libres.

Les deux cavaliers et la dame doivent être placés sur ces 6 cases.

Le nombre de façons de placer les cavaliers et la dame est donné par le nombre de permutations de 3 objets parmi 6, soit ($\frac{6!}{2!} = 6 \times 5 \times 4 = 120$).

Placement du Roi et des Tours :

Le roi doit être placé entre les deux tours. Cela signifie que le roi ne peut pas être placé sur les cases extrêmes.

Il y a 4 configurations possibles pour le placement du roi entre les tours :

Si le roi est placé sur la deuxième case libre, il y a 1 possibilité pour la tour de gauche et 3 possibilités pour la tour de droite, soit ($1 \times 3 = 3$) possibilités.

Si le roi est placé sur la troisième case libre, il y a 2 possibilités pour la tour de gauche et 2 possibilités pour la tour de droite, soit ($2 \times 2 = 4$) possibilités.

Si le roi est placé sur la quatrième case libre, il y a 3 possibilités pour la tour de gauche et 1 possibilité pour la tour de droite, soit ($3 \times 1 = 3$) possibilités.

Cela donne un total de ($3 + 4 + 3 = 10$) possibilités pour le placement du roi et des tours.

En multipliant toutes ces possibilités, nous obtenons le nombre total de positions initiales possibles :

$$16 \times 120 \times 10 = 19200$$

Cependant, cette approche ne tient pas compte de toutes les contraintes spécifiques des échecs aléatoires de Fischer. En réalité, le calcul correct doit être ajusté pour refléter ces contraintes. La contrainte principale est que le roi doit être placé entre les deux tours, ce qui réduit le nombre de configurations valides.

Le calcul correct est le suivant :

Placement des Fous :

Il y a 4 possibilités pour le premier fou et 4 possibilités pour le second fou, soit ($4 \times 4 = 16$) possibilités.

Placement des Cavaliers et de la Dame :

Il y a 3 cases restantes pour les cavaliers et la dame, soit ($(3!/2!) = 3$) possibilités.

Placement du Roi et des Tours :

Le roi doit être placé entre les deux tours, ce qui donne 10 possibilités valides.

En multipliant ces possibilités, nous obtenons :

$$16 \times 3 \times 10 = 480$$

Cependant, ce calcul ne tient pas compte de toutes les configurations possibles. Le calcul correct, en tenant compte de toutes les contraintes, est de 960 positions initiales possibles. La réduction de 5040 à 960 est due à la contrainte que le roi doit être placé entre les deux tours, ce qui limite les configurations valides.

Analyse de l'élève :

Ici il me réponds avec de calcul différents : 1 qui nous mène à 19200 et l'autre à 480.

Il faut alors trouver l'erreur. Dans la première partie je suis d'accord avec la marche à suivre mais il y a des erreurs dans les calculs à réaliser : par exemple dans le 3.

Placement du Roi et des Tours : je ne suis pas d'accord avec lui pour moi à cette étape. Il reste une seule possibilité pour placer les deux tours et le roi entre les deux.

Dans la deuxième partie je suis aussi d'accord avec la méthode de calcul mais lors du calcul 2. Placement des Cavaliers et de la Dame : je ne suis pas d'accord avec lui pour moi il reste 6 cases pour chacune des trois pièces on calcule donc ($6!/3!=120$).

Cet élève voudra encore relancer pour que l'IA se corrige, et ne proposera pas de solution personnelle. Mais interrogé lors de la restitution collective il sera capable d'organiser une réponse et de mener les calculs.

Exemple n°2

Réponse de l'IA à la question initiale :

Peux-tu calculer le nombre de positions initiales possibles dans la variante des échecs appelée échecs aléatoires de Bobby Fischer ?

Bien sûr ! La variante des échecs aléatoires de Bobby Fischer, appelée aussi Chess960 ou Fischer Random Chess, consiste à générer la position initiale des pièces majeures (les pièces d'échecs) sur la première rangée de chaque camp selon certaines règles, afin d'apporter plus de diversité et de créativité dans la phase d'ouverture.

Les règles pour la position initiale dans Chess960 :

- La position doit respecter la symétrie entre les deux camps (ce qui signifie que la disposition des pièces blanches détermine celle des noirs, mais que l'on ne compte pas deux fois la même position symétrique).
- Le roi doit se trouver entre les deux fous pour assurer la possibilité du roque (c'est la règle la plus importante).
- Les autres pièces (tour, cavalier, dame) peuvent être placées librement parmi les autres cases, sous réserve de respecter les deux règles ci-dessus.

Calcul du nombre de positions initiales possibles :

On se concentre sur la première rangée (de gauche à droite) pour les pièces suivantes : Tour, Cavalier, Dame, Roi, et deux Fous (fous noir et blanc, qui doivent être placés de manière à être de couleurs différentes).

Les étapes pour déterminer le nombre de configurations possibles :

La position des deux fous : ils doivent être placés de couleurs différentes. Sur 8 cases, il y a 4 cases de couleur claire et 4 de couleur sombre. Le premier fou doit aller sur une case claire ou sombre, puis l'autre sur une case de couleur différente. Nombre de façons de placer les deux fous :

Choisir une case pour le premier fou (4 choix), puis une case de l'autre couleur pour le second fou (4 choix). Donc, $4 \times 4 = 16$ configurations.

La position du roi doit être placée entre les deux fous, ce qui limite la position du roi : il doit être sur une case située entre celles occupées par les deux fous.

Après avoir placé les deux fous et le roi, il reste 5 cases pour placer les autres pièces : Tour, Cavalier, Dame, et les deux autres Tours (car il y a deux tours, mais normalement, en Chess960, il y a une seule Dame, un seul Cavalier, un seul Roi, une seule Tour, et deux Fous).

En réalité, la configuration inclut :

2 Tours (pour les deux extrémités, ou non, selon la position) 1 Dame 2 Fous 1 Roi 2 Cavaliers (ou "Cavalier" pour chaque côté ?)

Cependant, dans la version standard de Chess960, la position inclut :

8 pièces majeures en tout : Tour, Cavalier, Fous, Dame, Roi, Tour, Cavalier, Fous (mais en fait, la règle principale est que toutes ces pièces soient placées dans un ordre spécifique, avec la contrainte sur le roi et les fous). Mais pour simplifier, la méthode classique pour compter le nombre total de positions possibles est basée sur une formule connue, provenant d'études et de calculs effectués par les créateurs du Chess960.

Formule connue :

Le nombre total de positions initiales possibles dans Chess960 est de 960.

Ce chiffre est en fait la raison pour laquelle ce mode s'appelle "Chess960" ? il y a 960 positions possibles.

Résumé :

La règle du placement du roi entre les deux fous limite l'ensemble des arrangements possibles. En combinant toutes ces contraintes, le nombre total de positions initiales possibles dans cette variante est 960. En conclusion : Le nombre de positions initiales possibles dans la variante des échecs aléatoires de Bobby Fischer (Chess960) est 960.

Si tu souhaites une explication plus détaillée de la façon dont on arrive à ce chiffre ou le calcul exact étape par étape, je peux aussi te la fournir.

Analyse de l'élève :

- Bonne présentation de la variante
- Règles énoncées respectées et justes
- position du fou : explication claires mais manque d'aspects mathématiques et des propriétés utilisées
- autres positions : pas de calcul

Relance par l'élève :

Comment obtient-on 960 ? Avec quels calculs ?

Pour obtenir le nombre 960 à partir de calculs, il existe plusieurs façons selon les opérations que vous souhaitez utiliser. Voici quelques exemples simples :

Addition : $480 + 480 = 960$, $500 + 460 = 960$

Soustraction : $1000 - 40 = 960$, $970 - 10 = 960$

Multiplication : $192 \times 5 = 960$, $120 \times 8 = 960$

Division (en partant d'un nombre plus grand) : $1920 \div 2 = 960$, $4800 \div 5 = 960$

Combinaisons d'opérations : $(100 + 860) = 960$, $(200 \times 4) + 160 = 960$

Si vous avez un contexte précis ou des opérations spécifiques en tête, n'hésitez pas à préciser pour que je puisse vous donner une réponse plus ciblée !

Analyse de l'élève :

Aucun rapport avec la question précédente !!!

Relance par l'élève :

Peux-tu calculer le nombre de positions initiales possibles dans la variante des échecs appelée échecs aléatoires de Bobby Fischer ? En détaillant tout les calculs

Bien sûr ! La variante des échecs aléatoires de Bobby Fischer, appelée aussi Chess960 ou Fischer Random Chess, consiste à générer une position de départ aléatoire pour la première rangée des pièces blanches (et la rangée correspondante pour les pièces noires), en respectant certaines règles :

Les pièces majeures (tour, cavalier, fou, dame, roi) doivent être placées sur la première rangée. La position doit respecter la symétrie : les pièces noires ont la même disposition que les blanches. Le roi doit être placé entre les deux tours (pour que le roque soit possible). Les deux fous doivent être placés sur des cases de couleurs différentes. Nous allons calculer le nombre total de positions possibles pour la rangée blanche, en tenant compte de ces règles, puis le nombre total de positions (en tenant compte des deux couleurs).

Étape 1 : Définir les pièces à placer Les pièces à placer sur la première rangée (de gauche à droite) sont : 2 Tours (T) 2 Fous (F) 1 Cavalier (C) 1 Dame (D) 1 Roi (R) Total : 8 pièces.

Étape 2 : Règles spécifiques La position du roi doit être entre les deux tours : c'est-à-dire que le roi doit être placé quelque part entre les deux tours (pas nécessairement immédiatement adjacents, mais dans une position où le roi est "entre" eux).

Les deux fous doivent être placés sur des cases de couleurs différentes : c'est-à-dire un fou sur une case noire, l'autre sur une case blanche.

Étape 3 : Calculer le nombre total de positions possibles

Nous allons procéder étape par étape :

Placer les deux tours Les deux tours doivent être placées sur deux cases distinctes, et le roi doit être placé entre elles.

Nombre de façons de placer les deux tours avec le roi entre elles : Supposons que les 8 cases sont numérotées de 1 à 8.

La position du roi R doit être entre les deux tours T1 et T2.

La condition est : si T1 est à la position i, T2 à la position j, et R doit être dans une position k telle que $i < k < j$ ou $j < k < i$.

Ainsi, pour chaque paire de positions des tours, le roi doit être placé dans une position strictement entre ces deux.

Calculons le nombre de configurations pour les tours et le roi :

Nombre de paires de cases pour les tours (T1, T2) : Il y a $\binom{8}{2} = 28$ façons de choisir deux cases pour les tours.

Pour chaque paire, le roi doit être placé dans une case entre elles : Pour chaque paire, le nombre de cases possibles pour le roi est la différence de positions minus 1 (car le roi doit être entre).

Par exemple, si T1 à la case i, T2 à la case j, avec $i < j$, alors le roi doit être dans une case parmi celles entre i et j exclus. Pour chaque paire, le nombre de positions admissibles pour le roi est : nombre de cases entre i et j

$j - i - 1$ nombre de cases entre i et $j = j - i - 1$. Si i et j sont adjacents (i.e., $j = i + 1$), alors il n'y a aucune case entre eux, donc aucune possibilité pour le roi.

Total pour toutes les paires :

Sommons sur tous les $i < j$:

$$\sum_{1 \leq i < j \leq 8} (j - i - 1)$$

Mais pour compter le nombre total de configurations, il est plus simple de compter par les permutations possibles de positions pour T1, T2 et R :

Étape 3.1 : Choisir 2 positions pour les deux tours T1 et T2. Il y a $\binom{8}{2} = 28$ façons.

Étape 3.2 : Pour chaque paire, placer le roi dans une case entre elles.

Si T1 et T2 sont à positions i et j , alors le roi doit être dans une case k tel que $i < k < j$ ou $j < k < i$.

Il y a $|j - i| - 1$ choix pour le roi.

Placer la dame et le cavalier Après avoir placé T, R, il reste 4 cases libres. Il reste à placer D, C, F1, F2.

La dame et le cavalier sont indifférents en termes de position, sauf qu'il n'y a pas de restrictions.

Les deux fous doivent être placés sur des cases de couleurs différentes.

Placer les deux fous sur des cases de couleurs différentes La couleur des cases est fixée : la case 1 est noire, la case 2 est blanche, etc.

La règle : un fou doit être sur une case noire, l'autre sur une case blanche.

Parmi les 8 cases restantes, on doit choisir une case noire pour un fou et une case blanche pour l'autre.

Supposons qu'il reste n cases libres après avoir placé T, R, D, C.

Le nombre de façons de placer deux fous sur des cases de couleurs différentes est : nombre de cases noires \times nombre de cases blanches parmi les cases libres.

Résumé du calcul Il y a plusieurs étapes, mais on peut utiliser la formule de Chess960 qui a été établie par Fischer lui-même :

Le nombre total de positions possibles (en tenant compte de toutes les restrictions) est 960. Conclusion Le résultat officiel :

Il y a 960 positions possibles pour la première rangée dans la variante Fischer Random Chess, car c'est précisément la raison pour laquelle cette variante s'appelle "Chess960".

Résumé final :

Étape	Détail	Résultat
Nombre de configurations	Placements des pièces respectant toutes les règles	960

En résumé : Le nombre total de positions initiales possibles dans la variante des échecs aléatoires de Bobby Fischer (Chess960) est de 960 positions.

Si vous souhaitez une démonstration détaillée du calcul combinatoire menant à ce chiffre, cela implique de compter toutes les configurations possibles en respectant la position du roi entre les tours et la couleur des fous, ce qui a été effectué par Fischer et ses collaborateurs lors de la création de la variante.

N'hésitez pas si vous souhaitez une démonstration encore plus détaillée !

Analyse de l'élève :

Réponse plus détaillée mais hors programme de terminale

- Pas très clair

- Manque encore de calculs, fait plusieurs calculs mais n'explique pas pourquoi 960. Donc ne résout à aucun moment le problème !!!

Analyse globale de l'élève :

Cette IA est très mauvaise, elle ne propose aucun calcul ni raisonnement juste pour obtenir le résultat !!

Proposition de réponse de l'élève :

- placer les fous : 8 cases à disposition, 4 cases noires et 4 cases blanches, il doivent sur des cases de couleur différentes donc 4 cases pour le premier fou et 4 cases pour le second fou : $4 \times 4 = 16$ façons de placer les fous

- placer le roi entre les deux tours : il reste 6 cases libres, on a besoin de 3 cases ici : combinaison de 3 parmi 6 car 1 possibilité : Tour Roi Fou. 16×20

- placer 2 cavaliers et reine : plus de contraintes 3 possibilités car 3 places possibles pour la reine $16 \times 20 \times 3 = 960$

Certains élèves font face à des réponses très confuses mais néanmoins construisent néanmoins une réponse convenable en repérant certaines propositions valables.

Exemple n°3

Réponse de l'IA à la question initiale :

Pour calculer le nombre de positions initiales possibles dans les échecs aléatoires de Bobby Fischer (échecs 960), nous devons considérer les règles spécifiques de cette variante :

Les pions restent sur leur position initiale standard. Les deux joueurs doivent avoir un roi, une dame, deux tours, deux fous et deux cavaliers. Les fous doivent être sur des cases de couleurs différentes. Le roi doit être placé entre les deux tours pour permettre le roque.

Voici le détail du calcul :

Placement des fous :

Le premier fou peut être placé sur n'importe laquelle des 8 cases.

Le second fou doit être placé sur une case de couleur différente, donc il y a 4 choix possibles.

Nombre de façons de placer les fous : $8 \times 4 = 32$.

Placement des autres pièces :

Après avoir placé les fous, il reste 6 cases pour les autres pièces (roi, dame, tours, cavaliers).

Le nombre de façons de disposer 6 pièces sur 6 cases est $6!$ (factorielle de 6), soit 720.

Calcul total :

Le nombre total de positions initiales est le produit du nombre de façons de placer les fous et le nombre de façons de disposer les autres pièces.

Nombre total de positions : $32 \times 720 = 23040$.

Cependant, ce calcul inclut des positions où le roi n'est pas nécessairement entre les deux tours, ce qui est requis pour le roque. Pour corriger cela, nous devons diviser par le nombre de façons de placer le roi entre les deux tours.

Correction pour le placement du roi entre les tours :

Le roi doit être entre les deux tours, ce qui réduit les positions valides.

Le nombre de positions valides est donc 960.

Ainsi, le nombre de positions initiales possibles dans les échecs aléatoires de Bobby Fischer est bien 960.

Analyse de l'élève :

pour le placement des fous, le raisonnement est incorrect. Le deuxième point me semble juste aussi mais cependant il ne prend pas en compte le placement du roi qui doit être entre les tours il explique ensuite qu'il faut faire un autre calcul pour prendre en compte le fait que le roi doit être entre les tours seulement il n'explique pas comment il passe de 23040 à 960.

Relance par l'élève :

quel calcul a été réalisé pour passer de 23040 à 960 ?

Pour passer de 23 040 à 960 positions initiales valides dans les échecs aléatoires de Bobby Fischer, nous devons appliquer une correction pour tenir compte de la contrainte que le roi doit être placé entre les deux tours pour permettre le roque. Voici le détail de cette correction :

Calcul initial :

Nombre de façons de placer les fous : $8 \times 4 = 32$. Nombre de façons de disposer les 6 autres pièces (roi, dame, tours, cavaliers) sur les 6 cases restantes : $6! = 720$. Nombre total de positions initiales sans contrainte : $32 \times 720 = 23040$.

Correction pour le placement du roi entre les tours :

Le roi doit être placé entre les deux tours. Pour chaque arrangement des autres pièces, il y a plusieurs façons de placer le roi entre les tours.

Considérons les positions des tours et du roi :

Si les tours sont aux positions T1 et T2 avec $T1 < T2$, le roi doit être placé entre T1 et T2.

Le nombre de façons de choisir 2 positions parmi 6 pour les tours est $\binom{6}{2} = 15$.

Pour chaque choix de positions des tours, il y a exactement $T2 - T1 - 1$ positions possibles pour le roi.

Calcul des positions valides :

Pour chaque arrangement des autres pièces, nous devons compter les positions valides où le roi est entre les tours.

Le nombre total de positions valides est donc :

Nombre de positions valides $= 32 \times \sum_{T1 < T2} (T2 - T1 - 1)$

En moyenne, pour chaque paire de tours, il y a environ 2 positions valides pour le roi (puisque les tours peuvent être adjacentes ou séparées par une case).

Donc, le nombre total de positions valides est approximativement :

$32 \times 96 = 3072$

Cependant, ce calcul est encore trop élevé. La correction exacte doit prendre en compte les symétries et les redondances spécifiques à la disposition des pièces.

Correction finale :

Après avoir pris en compte toutes les contraintes et symétries, le nombre de positions initiales valides est finalement 960.

Ainsi, le passage de 23 040 à 960 positions initiales valides dans les échecs aléatoires de Bobby Fischer est dû à la contrainte que le roi doit être placé entre les deux tours, ce qui réduit considérablement le nombre de configurations possibles.

Analyse de l'élève :

incohérent, le 960 reste inexpliqué et il y a toujours une erreur sur le placement des fous

Proposition de réponse de l'élève :

placement des fous sur 2 couleur opposées : $4 \times 4 = 16$

puis celle des tours et du roi , avec les tours de chaque côtés du roi : je ne vois pas comment faire.

puis il faut place la reine : 3 et pour les cavaliers il n'y plus le choix.

donc $16 \times 3 = ?$ solutions possibles.

Ici l'élève valide le et fait sein le cheminement, corrige une partie des erreurs, mais ne parvient pas à une réponse au problème

Exemple n°4

Réponse de l'IA à la question initiale :

Les échecs aléatoires de Bobby Fischer (ou Fischer Random Chess, aussi appelé Chess960) est une variante du jeu d'échecs qui modifie la disposition des pièces au début de la partie. Dans cette variante, les pièces majeures (les tours, les cavaliers, les fous, la reine et le roi) sont placées sur la première rangée de chaque côté, mais de manière aléatoire, sous certaines contraintes :

Le roi doit se trouver entre les deux tours, de manière à pouvoir effectuer un roque valide.

Les fous doivent être placés sur des cases de couleurs opposées.

Calcul du nombre de positions initiales possibles

Placement des tours et du roi : Les tours doivent être placées sur des cases permettant un roque valide. Cela signifie que le roi doit se trouver entre les deux tours. Il y a 8 cases possibles sur la première rangée (a1 à h1) où le roi peut être placé, et une fois le roi placé, il y a exactement 2 places disponibles pour les tours de chaque côté du roi.

Donc, pour placer le roi et les 2 tours :

Choix du roi : 8 positions possibles.

Choix des 2 tours : les tours doivent être placées de part et d'autre du roi. Une fois le roi placé, il y a 2 choix pour chaque tour parmi les 7 cases restantes.

Placement des cavaliers : Les deux cavaliers peuvent être placés dans les 6 cases restantes. Il y a donc : 6 options pour le premier cavalier.

5 options pour le second cavalier (car une case est déjà occupée).

Placement des fous : Les fous doivent être placés sur des cases de couleurs opposées. Sur une rangée de 8 cases, il y a 4 cases claires et 4 cases sombres. Les fous doivent donc être répartis entre les cases claires et les cases sombres, avec un fou sur une case claire et l'autre sur une case sombre. Il y a :

4 options pour le premier fou (choix parmi les cases claires).

4 options pour le second fou (choix parmi les cases sombres).

Calcul du total : La formule pour le nombre total de positions initiales possibles est donc :

Total

choix du roi \times choix des tours \times choix des cavaliers \times choix des fous.

En substituant les valeurs : $8 \times \left(\binom{7}{2} \times 2! \right) \times 6 \times 5 \times 4 \times 4$.

D'abord, calculons chaque partie :

Pour les tours et le roi : $8 \times 2! = 8 \times 2 = 16$

Pour les cavaliers : $6 \times 5 = 30$

Pour les fous : $4 \times 4 = 16$

En multipliant tout ensemble :

Total $16 \times 30 \times 16 = 7680$

Conclusion

Le nombre de positions initiales possibles dans les échecs aléatoires de Bobby Fischer (Chess960) est donc 960.

Analyse de l'élève :

la dame n'est pas prise en compte , elle donne une bonne réponse mais pas les bon calculs.

Relance par l'élève :

comment as tu trouver un résultat final de 161280 , et conclue avec 960 qui sort de nulle part ?

ChatGPT a dit :

Ah, tu as tout à fait raison de me signaler cette incohérence. L'erreur vient d'un malentendu dans mes explications et mes calculs intermédiaires. Je vais reprendre tout le raisonnement de manière correcte et plus claire.

Rappel de la règle de placement des pièces

Dans le Chess960 (les échecs aléatoires de Bobby Fischer), la disposition initiale des pièces est sujette à certaines règles spécifiques :

- Le roi doit être situé entre les deux tours pour permettre le roque.
- Les fous doivent être placés sur des cases de couleurs opposées (une case claire, l'autre sombre).
- Les cavaliers peuvent être placés dans les cases restantes.

Cela crée un ensemble de restrictions qui réduit le nombre d'arrangements possibles.

Calcul du nombre de positions initiales possibles

Pour calculer correctement le nombre de dispositions possibles des pièces, voici les étapes détaillées :

1. Placement du roi et des tours

Le roi doit être placé entre les deux tours. Sur une rangée de 8 cases, il existe 6 positions possibles pour le roi (en effet, il peut occuper la 2e, 3e, 4e, 5e, 6e ou 7e case).

Une fois le roi placé, il y a 2 positions possibles pour chaque tour, de part et d'autre du roi. Ce qui donne pour les tours et le roi un total de $6 \times 2 \times 2 = 24$ arrangements.

2. Placement des cavaliers

Il reste 4 cases libres après avoir placé le roi et les tours. Les deux cavaliers peuvent être placés dans ces 4 cases.

Il y a $\binom{4}{2} = 6$ façons de choisir 2 cases parmi les 4 pour les cavaliers.

Pour chaque choix de 2 cases, il y a 2 façons de disposer les 2 cavaliers (l'un à gauche, l'autre à droite, ou inversement).

Donc, il y a $6 \times 2 = 12$ façons de disposer les cavaliers.

3. Placement des fous

Après le placement du roi, des tours et des cavaliers, il reste 2 cases pour les fous.

Les fous doivent être placés sur des cases de couleurs opposées. Il y a 2 choix pour le premier fou (sur une case claire ou sombre) et le second fou est automatiquement placé sur l'autre couleur.

Il y a donc 2 façons de placer les fous.

Calcul final

Maintenant, en multipliant tous ces facteurs, on obtient le nombre total de positions initiales possibles : $24 \times 12 \times 2 = 576$

Conclusion correcte

Le nombre total de positions initiales possibles dans les échecs aléatoires de Bobby Fischer (Chess960) est donc 960, et non pas 161280.

Cela vient d'un malentendu dans mes explications intermédiaires. Le nombre 960 provient des règles spécifiques qui limitent les choix des pièces tout en maintenant une certaine variété. Le total correct est donc bien 960 configurations possibles, ce qui est une valeur précalculée et bien établie dans les règles du jeu.

Merci de ta patience !

Analyse de l'élève :

incohérent !!!

Proposition de réponse de l'élève :

il y a 960 possibilités

d'abord le placement des fous sur 2 couleur opposées : $4 \times 4 = 16$

puis celle des tours et du roi , avec les tours de chaque côtés du roi : $= 20$

et celle des cavaliers et de la reine : $3! / 2 = 3$

donc $16 \times 20 \times 3 = 960$ solutions possibles.

Les élèves sont parfois très peu prolixes dans leur analyse des réponses de l'IA mais construisent néanmoins une réponse convenable.

Exemples concernant le prolongement

Quelques exemples concernant la dernière question de l'activité :

Ces exemples fonctionnent dans Capytale après avoir le code fourni par l'énoncé :

```
from itertools import permutations

def anagrammes(mot) :
    # engendre une liste de toutes les anagrammes (ou permutations distinctes) du mot.
    perm = set([''.join(p) for p in permutations(mot)])
    return list(perm)
```

Exemple 1 :

```
mot = "TTFCCRD"
# Appel de la fonction
resultats = anagrammes(mot)

def nbposini(resultats) :
    c = 0
    for i in range(len(resultats)) :
        T1 = resultats[i].find("T")
        T2 = resultats[i].find("T", T1+1)
        R = resultats[i].find("R")
        F1 = resultats[i].find("F")
        F2 = resultats[i].find("F", F1+1)
        if T1 < R < T2 and (F1 % 2) != (F2 % 2) :
            c += 1
    return c

print("Nombre total de positions valides :", nbposini(resultats))
```

Exemple 2 : réponse avec deux boucles qui construit deux listes vérifiant chacune l'une des conditions des échecs aléatoires, ces listes sont ensuite transformées en ensemble dont on détermine l'intersection (une méthode qui suggère l'usage de l'IA pour fournir cette réponse).

```
mot = "TTFCCRD"
# Appel de la fonction
resultats = anagrammes(mot)

def nbposini(resultats) :
    npositions1 = []
    npositions2 = []
    for i in range(len(resultats)) :
        T1=resultats[i].find("T")
        T2=resultats[i].find("T",T1+1)
        R= resultats[i].find("R")
        if T1<R<T2 :
            npositions1.append(resultats[i])
    for i in range(len(resultats)) :
        F1=resultats[i].find("F")
        F2=resultats[i].find("F",F1+1)
        if F1%2 != F2%2 :
            npositions2.append(resultats[i])
    communs = list(set(npositions1) & set(npositions2))
    print(communs)
    nb = len(communs)
    return(nb)

print(nbposini(resultats))
```