

Changer de point de vue : Quelle importance ?

Présentation de la situation

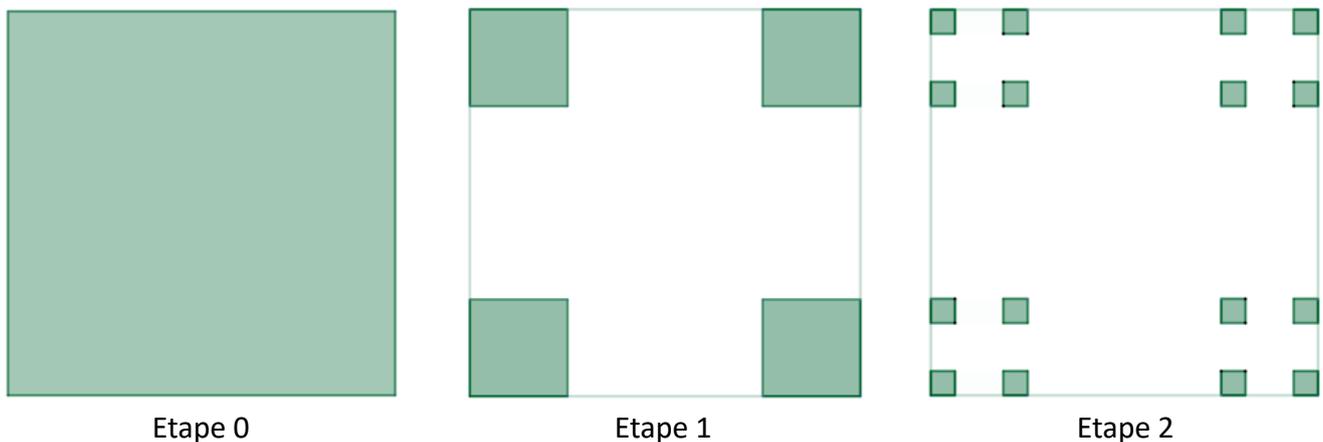
On souhaite observer l'évolution de la partie boisée d'une forêt soumise à un fort abattage. Cette forêt couvre la surface d'un carré dont le côté mesure 100 kilomètres.

Chaque semaine, l'abattage s'effectue selon la méthode suivante : à l'intérieur de chaque carré restant, on abat deux bandes centrales ayant la largeur de la moitié du carré concerné.

Partie A - Observation aérienne

Chaque semaine, une photo aérienne fait état de la partie boisée de la forêt.

Illustration :



1. Avant le début de l'abattage, quelle est l'aire de la surface boisée en km^2 ? en m^2 ?
2. Reprendre la question 1. mais à l'étape 1 puis à l'étape 2.
3. Quelles conjectures peut-on faire concernant l'évolution (sens de variation et limite) de l'aire de la surface boisée au fil des semaines ?
4. Quel outil mathématique semble le plus approprié pour modéliser l'aire de la surface boisée de la forêt ?
5. En utilisant cet outil, proposer une modélisation permettant de donner, chaque semaine l'aire de la surface boisée de la forêt. Vous définirez les notations le plus précisément possible.
6. A l'aide de la modélisation choisie, prouver les conjectures faites à la question 1.
7. Quelle est l'aire de la surface boisée au bout de 10 semaines en km^2 , arrondie à 10^{-4} près ?
Même question en m^2 en arrondissant à l'unité.

Partie B - Observation au sol : en lisière de forêt

De la même façon que l'on a procédé à une observation aérienne, on décide de se déplacer sur une route longeant la lisière de cette forêt (en parcourant donc une distance de 100 kilomètres) chaque semaine.

On suppose que le soleil se couche derrière la forêt avec ses rayons ayant une direction perpendiculaire à la route.

On note alors, chaque semaine, la longueur d'ombre projetée sur la route sur les 100 kilomètres parcourus.

1. Avant le début de l'abattage, quelle est, en km, la longueur de l'ombre projetée sur la route ? en m ?
2. Illustrer ci-dessous les étapes 0, 1, 2 et 3 de cette observation à l'échelle 1 : 1 000 000.

Etape 0 :	
Etape 1 :	
Etape 2 :	
Etape 3 :	

3. Quelles conjectures peut-on faire concernant l'évolution (sens de variation et limite) de la longueur de l'ombre projetée sur la route au fil des semaines ?
4. On note d_n la longueur de l'ombre projetée sur la route au bout de n semaines.
 - a. Pour tout entier naturel n , exprimer d_{n+1} en fonction de d_n .
 - b. En déduire la nature de la suite $(d_n)_{n \geq 0}$.
 - c. Donner, en fonction de n entier naturel quelconque, l'expression du terme général de la suite $(d_n)_{n \geq 0}$.
 - d. Quelle sera la longueur de l'ombre projetée sur la route au bout de 10 semaines en km, arrondie à 10^{-3} près ? Même question en mètres en arrondissant à l'unité.
 - e. Donner alors le sens de variation de la suite $(d_n)_{n \geq 0}$ ainsi que sa limite lorsque n tend vers $+\infty$.
Interpréter les résultats obtenus dans le contexte de la modélisation.

Partie C - Observation au sol : autre direction

On souhaite poursuivre l'observation au sol mais se déplaçant sur une route passant par un des sommets du carré délimitant la forêt et ayant une autre direction que celles de ses lisières.

On supposera toujours que le soleil se couche derrière la forêt avec ses rayons ayant une direction perpendiculaire à la route.

Cette route est modélisée par une droite nommée (Δ) dans un repère orthonormé où une unité représente 10 kilomètres.

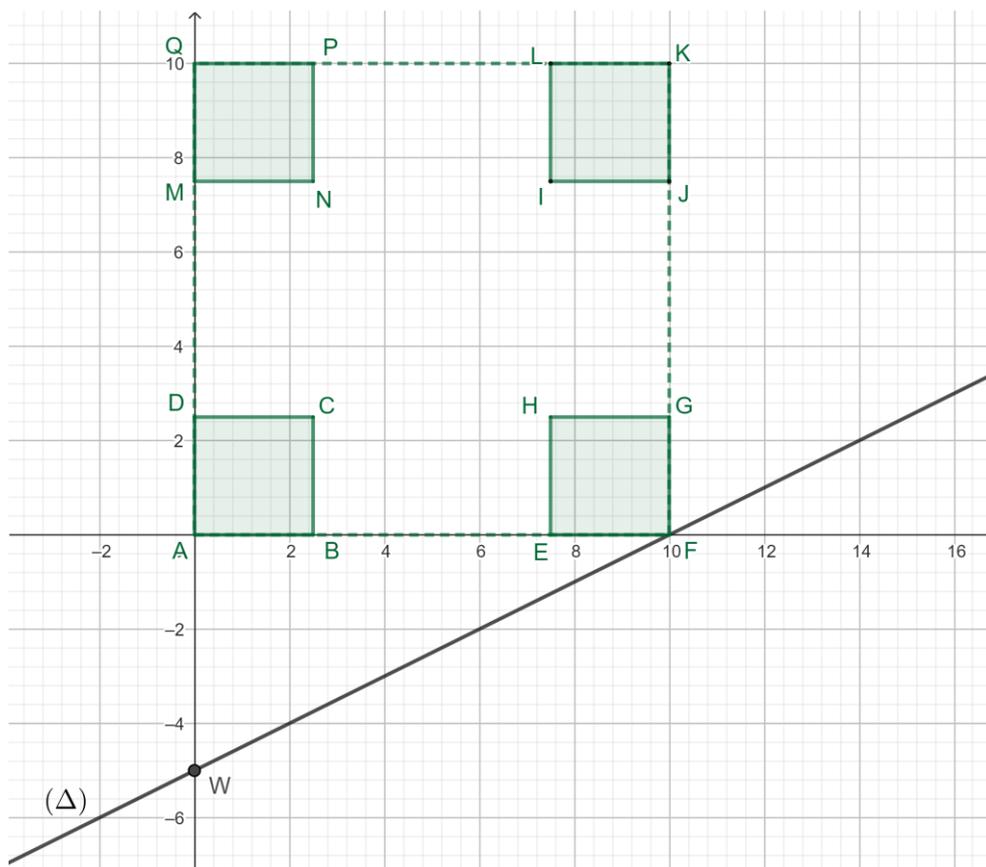
Partie 1 : On se place à l'étape 1 de l'abattage.

1. A l'aide du fichier **figure_projections_1.ggb**, cherchons à visualiser l'effet que peut avoir la direction de la droite (Δ) sur la longueur de l'ombre projetée sur la route.

Pour cela, changer la valeur du curseur y_w .

La direction de la droite (Δ) a-t-elle une influence sur la longueur de l'ombre projetée sur la route ? Si oui, préciser la réponse en expliquant l'effet de la direction choisie et les éventuels cas particuliers.

2. On se place dans le cas où $W(0 ; -5)$. On obtient donc la figure suivante :



- a. Donner les coordonnées des points A, C, E, G, I, K, M et P.
- b. Déterminer une équation cartésienne de la droite (Δ) .
- c. Déterminer une équation cartésienne de la droite (d_A) , perpendiculaire à la droite (Δ) passant par A.

- d. De même, déterminer les équations cartésiennes des droites (d_C) , (d_E) , (d_G) , (d_I) , (d_K) , (d_M) , (d_P) perpendiculaires à la droite (Δ) passant respectivement par les points C, E, G, I, K, M et P. Que constate-t-on ?
- e. Comment interpréter concrètement les résultats de la question précédente dans le contexte de l'exercice ?
- f. Déterminer les coordonnées des points A' et K', points d'intersection respectifs entre les droites (d_A) et (Δ) et les droites (d_K) et (Δ) .
- g. Calculer la longueur A'K' en km puis en mètres. A l'aide de la question v), interpréter le résultat obtenu dans le contexte de l'exercice. Comparer avec la question 1. de la partie B.

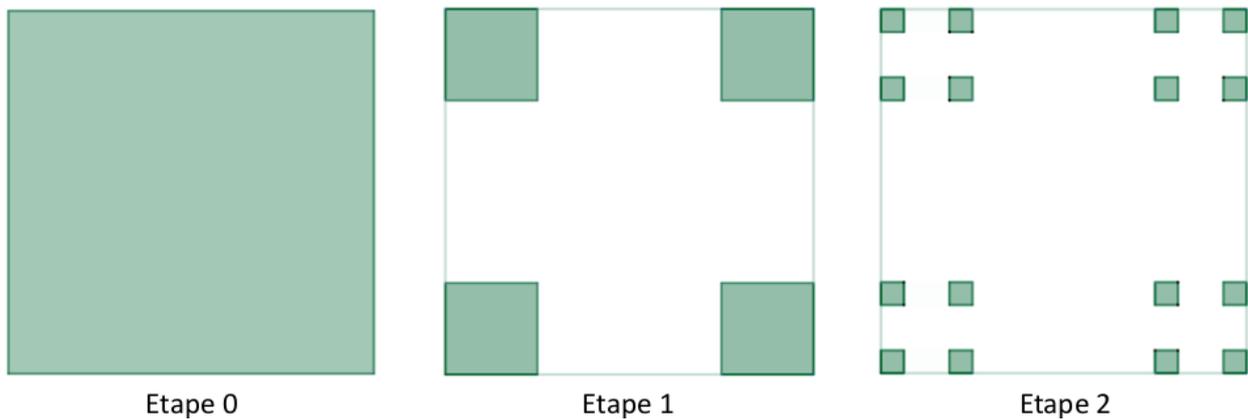
Partie 2 : On se place maintenant à l'étape 2 de l'abattage en conservant le point $W(0 ; -5)$.

L'objectif de cette partie est d'être capable de faire dessiner à un ordinateur l'état de notre forêt à n'importe quel état du processus. Nous utiliserons le module `turtle`.

Question préliminaire : Qu'est qu'une fractale ?

Vous pouvez effectuer des recherches sur internet pour répondre à cette question.

Ci-dessous, rappelons les 3 premières étapes de l'abattage :



1. Dans notre situation, est-on dans le cas d'une fractale ? Justifier.
 2. Quel paradigme de programmation va-t-on utiliser pour effectuer notre programme (qui doit pouvoir tracer la forêt à l'étape n souhaitée) ?
 3. Nous allons dans un premier temps nous concentrer sur l'étape 0.
Écrire une fonction `carre_plein` qui prend en paramètre `longueur` (celle du côté du carré) et `couleur` (couleur de remplissage du carré) et qui dessine un carré de côté longueur entièrement coloré en `couleur`.
- Aide :** On peut consulter l'aide du module `turtle` pour trouver les fonctionnalités qui vous manquent.
4. Passons maintenant passer aux étapes suivantes.
Nous souhaitons écrire une fonction `foret` qui prend en paramètre `longueur` (celle du côté du carré de forêt) et `n` (le numéro de l'étape) et qui trace un dessin représentant l'état notre forêt à l'étape n .

Voici le schéma du corps de notre fonction :

```
def foret(Longueur,n):  
    if n==0:  
        .....  
        .....  
    else :  
        .....  
        .....
```

- a. Que doit contenir la partie `if` de la fonction ? Expliquez pourquoi et la compléter.
 - b. La partie `else` de la fonction contient le ou les appel(s) récursif(s) de la fonction qui doit converger vers la condition d'arrêt. La compléter.
5. Qu'est-ce que l'aspect récursif du tracé de notre figure permet de déduire concernant la projection de l'ombre sur la route lors des étapes successives du déboisement ? Justifier la réponse.
 6. En revenant à notre situation de départ, en déduire la longueur de l'ombre projetée sur la route au bout de n semaines ? puis à très long terme ?
 7. Quelle limite peut-on voir à cette modélisation dans le cas d'une forêt ?

Quelle(s) conclusion(s) peut-on tirer de cette activité ?