

Comment donner une approximation de racine 2 ?

L'histoire fabuleuse de la racine 2 a débuté sur la tablette d'argile d'un scribe babylonien (actuellement détenu par l'université de Yale aux USA). Cette tablette servait à délimiter ainsi les lots d'un terrain.



Dans l'Égypte antique, les arpenteurs sont chargés de délimiter les terres bordant le Nil et d'en estimer la superficie à l'aide de formules mathématiques. Ces derniers prenaient leurs mesures grâce à une corde à noeuds pour tracer des angles droits et reconstituer chaque année les limites des champs rectangulaires.

Le nombre $\sqrt{2}$ représente la mesure de la diagonale du carré de côté 1, mais aussi la mesure d'un côté d'un carré d'aire 2.

Si vous disposez uniquement de cordes de 1m et de ciseaux, est-il possible de réfléchir en groupe à une méthode permettant de donner une approximation de la valeur de racine 2 ?

Temps de réflexion : 5min ; Temps d'application : 15 min

Si l'on n'a pas de traces écrites de l'algorithme utilisé par les babyloniens, on pense que le mathématicien grec "Héron d'Alexandrie" s'en est inspiré pour construire le sien.

Voici le code de l'algorithme de Héron :

```
def racine_de_deux_heron(n):
    e=10**(-n)
    c=0
    largeur = 1
    longueur = 2
    while longueur-largeur > e:
        longueur = (longueur+largeur)/2
        largeur = 2/longueur
        c+=1
    return largeur,"le nombre d'itération effectuées est",c
```

1. Schématiser les étapes de l'algorithme ci-dessus en se basant sur un rectangle de largeur 1 et de longueur 2.
2. Faites tourner l'algorithme à la main en complétant le tableau ci-dessous :

Héron	Initialisation	Itération 1	Itération 2	Itération 3
An=Largeur	A0= 1	A1=...	A2=...	A3=...
Bn = Longueur	B0= 2	B1=...	B2=...	B3=...

3. Conjecturer une relation de récurrence pour les suites A_n et B_n .
4. Déterminez les valeurs de A_4 et B_4 .
5. Conjecturez la limite des suites A_n et B_n lorsque n tend vers $+\infty$.
6. Exécutez l'algorithme sur Edupython et analysez le résultat trouvé.
7. Comparez le résultat obtenu par l'algorithme d'Héron et celui obtenu par vos propres moyens.
8. Quelles conclusions pouvez-vous en tirer de cette étude comparative?