

Élément de correction

Soit a, b deux nombres distincts et l'on note m la moyenne arithmétique de a, b .

$$\begin{aligned}m &= \frac{a+b}{2} \\ \Leftrightarrow 2m &= a+b \\ \Leftrightarrow 2m(a-b) &= (a+b)(a-b) \\ \Leftrightarrow 2ma - 2mb &= a^2 - b^2 \\ \Leftrightarrow b^2 - 2mb &= a^2 - 2ma \\ \Leftrightarrow b^2 - 2mb + m^2 &= a^2 - 2ma + m^2 \\ \Leftrightarrow (b-m)^2 &= (a-m)^2 \\ \Leftrightarrow b-m &= a-m \text{ ou } b-m = -a+m \\ \Leftrightarrow b &= a \text{ (ce qui est absurde car) } a \neq b \text{ ou } \frac{a+b}{2} = m\end{aligned}$$