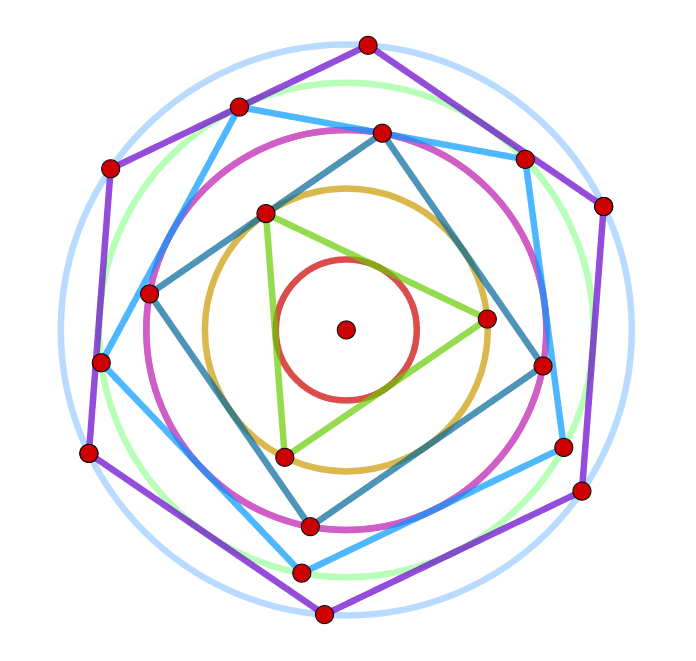
**Des polygones circonscrits**



On considère le procédé suivant :

* Soit un cercle de rayon 1.
* On construit un triangle équilatéral circonscrit à ce cercle : les 3 côtés du triangle sont tangents au cercle.
* Puis on construit le cercle circonscrit au triangle : le cercle passe par les 3 sommets du triangle.
* Puis on construit un carré circonscrit au nouveau cercle : les 4 côtés du carré sont tangents au cercle.
* Puis on construit le cercle circonscrit au carré
* Puis on construit un pentagone circonscrit au cercle…

A chaque étape, on construit un cercle circonscrit à un polygone régulier à n côtés, puis le polygone régulier à (n+1) côtés circonscrit au cercle, et on continue à l’infini. La figure ci-dessous représente les étapes pour n variant de 3 à 6.

On se pose la question suivante : le rayon des cercles ainsi construit tend-il vers l’infini avec n ?

On note le rayon du cercle tangent intérieurement au polygone à *n* côtés  ; on a ainsi : . On définit la suite des rayons des cercles circonscrits. On nomme O le centre commun de tous les cercles et de tous les polygones.

* 1. Interrogez votre IA favorite : quelle est selon elle la réponse à ce problème ?
  2. Prouver que .
  3. Dans un polygone régulier, on appelle ***apothème*** un segment qui relie le centre du polygone et le milieu d’un côté. Ce segment est perpendiculaire à ce côté en son milieu.
     + 1. Expliquer pourquoi est égal à la longueur de l’apothème.
       2. Montrer que ​ (*indication : on pourra utiliser la trigonométrie dans un triangle rectangle dont l’un des sommets est O)*
  4. En utilisant la relation de récurrence, déterminer une expression explicite pour en fonction de *n*.

import math

def calcule\_Rn(n):

Rn = ….

for k in range(3, n + 1):

angle = …..

cos\_value = math.cos(angle)

Rn = …..

return Rn

# Exemple d'utilisation :

n = 100

print(calcule\_Rn(n))

* 1. Complétez le programme Python ci-contre, pour calculer pour une valeur donnée de *n*.
  2. En faisant tourner ce programme pour de grandes valeurs de n, conjecturer une réponse à la question posée.